UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
Ingeniería Informática, 3º Curso
Examen de Informática Teórica II
Septiembre de 2006

Duración: 3 horas

Pregunta 1 (3 puntos)

Diseñe una MT que calcule el resultado de la siguiente función $f(n)=2^n$, siendo $n \geq 2$. Los números se codifican en unario. La cinta de entrada contiene la potencia n codificada en unario, seguido de * y la cinta de salida debe contener después del * el resultado de la función codificado también en unario. Explique brevemente el algoritmo utilizado

Solución:

Cabeza lectora en el primer uno

Algoritmo:

Marcar dos unos antes del asterisco y escribir 4 unos después del asterisco.

Si quedan más unos delante del *, marcar con x el inmediatamente siguiente al último uno marcado y duplicar el número de unos que aparezcan después del asterisco. Para ello, se desplaza la cabeza lectora al primer uno después del * y se marca el uno con x, se desplaza hacia la derecha hasta encontrar un blanco donde escribe y, vuelve a la izquierda hasta encontrar x y repite al proceso hasta que encuentra una y (no quedan más unos). Reemplazar las y por 1 y cuando encuentre un blanco volver a al izquierda remplazando x por 1 hasta el asterisco.

Repetir el proceso hasta que no queden más unos sin marcar delante del asterisco.

Desmarcar los unos delante del asterisco.

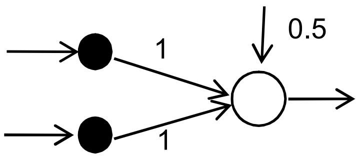
	1	*****	**b**	**x**	**y**		
→Q0	Q1xD	Parada					
Q1	Q2xD						
Q2	Q21D	Q2*D	Q31D				
Q3			Q41D				
Q4			Q51D				
Q5			Q61I				
Q6	Q61I	Q6*I		Q7xD			
Q7	Q8xD	Q14*I					
Q8	Q81D	Q9*D					
Q9	Q10xD				Q121D		
Q10	Q101D		Q11yI		Q10yD		
Q11	Q111I			Q9xD	Q11yI		
Q12			Q13BI		Q121D		
Q13	Q131I	Q6*I		Q121I			
Q14			parada	Q151I			

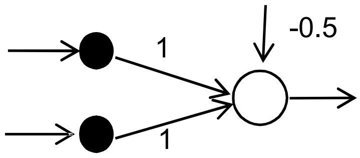
Pregunta 2 (2,5 puntos)

Dada la función lógica OR:

x_1	x_2	OR
-1	-1	-1
-1	1	1
1	-1	1

Se diseñan las siguientes redes neuronales:





Utilizando el algoritmo de aprendizaje del perceptron simple:

a) Encontrar el hiperplano solución que clasifique correctamente los puntos de la función OR para ambas redes.
b) Explica razonadamente cuál de los dos umbrales lleva a una mejor solución.
c) Supóngase que el patrón {(-0.5,-0.5), -1} es un patrón de test que se va a utilizar para medir la capacidad de generalización de las redes construidas. ¿Qué puede decir acerca de los perceptrones construidos en el punto anterior?

SOL :

a) (1.5 puntos) $w_1 = 1$, $w_2 = 1$ **,** $u = 0.5$

X=(-1,-1), d(x)=-1 $\Longrightarrow$ Y=f(-1.5)=-1 $\Longrightarrow$ Bien clasificado

X=(-1,1), d(x)=1 $\Longrightarrow$ Y=f(0.5)=1 $\Longrightarrow$ Bien clasificado

X=(1,-1), d(x)=1 $\Longrightarrow$ Y=f(0.5)=1 $\Longrightarrow$ Bien clasificado

X=(1,1), d(x)=1 $\Longrightarrow$ Y=f(2.5)=1 $\Longrightarrow$ Bien clasificado

El hiperplano solución es: $\mathbf{x_1 + x_2 + 0.5 = 0}$

$w_1 = 1$, $w_2 = 1$ **,** $u = -0.5$

X=(-1,-1), d(x)=-1 $\Longrightarrow$ Y=f(-2.5)=-1 $\Longrightarrow$ Bien clasificado

X=(-1,1), d(x)=1 $\Longrightarrow$ Y=f(-0.5)=-1 $\Longrightarrow$ Mal clasificado

Nuevos parámetros
$w_1(1) = 1 + 1\ (-1) = \mathbf{0}$
$w_2(1) = 1 + 1 * 1 = \mathbf{2}$
$u\ (1) = -0.5 + 1 = \mathbf{0.5}$
$\Longrightarrow$ Y=f(2.5)=1 $\Longrightarrow$ Bien clasificado

X=(1,-1), d(x)=1 $\Longrightarrow$ Y=f(-1.5)=-1 $\Longrightarrow$ Mal clasificado

Nuevos parámetros
$w_1(1) = 0 + 1*1 = \mathbf{1}$
$w_2(1) = 2 + 1\ (-1) = \mathbf{1}$
$u\ (1) = 0.5 + 1 = \mathbf{1.5}$
$\Longrightarrow$ Y=f(1.5)=1 Bien clasificado

X=(1,1), d(x)=1 $\Longrightarrow$ Y=f(3.5)=1 $\Longrightarrow$ Bien clasificado

Un hiperplano solución es: $\mathbf{x_1 + x_2 + 1.5 = 0}$

---

b) (0,5 puntos) el primero, pues se necesitan menos iteraciones

c) (0,5 puntos) El primer perceptron lo clasifica bien, por lo que se podría concluir que tiene éxito en la generalización. El segundo no, se prende los patrones de entrenamiento, pero no generaliza.

Pregunta 3 (2,5 puntos)

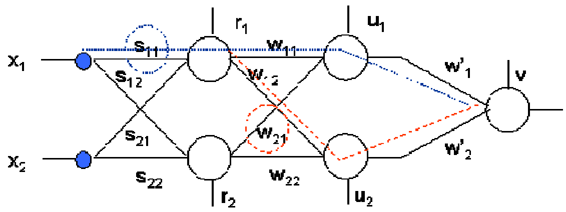
Responda a las siguientes preguntas:

1. (0,5 puntos)¿Qué se entiende por una red sobreajustada?. Explique como puede detectarlo y evitarlo.

Red sobreajustada es que se ha aprendido “de menoria” los patrones de entrenamiento y no generaliza. Al realizar los ciclos de aprendizaje, se suele observar que ambos errores, entrenamiento y test, disminuyen, pero llega un momento en que el error de entrenamiento sigue disminuyendo, pero el error de test empieza a aumentar. Esto es una indicación típica del sobreajuste de la red. Para evitarlo, disminuir el número de neuronas ocultas y parar el aprendizaje antes de que el error de test empiece a aumentar

2. (0,5 puntos)¿Por qué en los perceptrones multicapa las ecuaciones de actualización de pesos de la capa de salida y de las capas ocultas son diferentes?

Porque las ecuaciones se obtienen de derivar el error que se comete en la salida respecto de cada parámetro o peso de la red. La manera en la que influyen estos parámetros en el error es diferente dependiendo de la capa, pues el error depende de la salida y ésta se calcula propagando las entradas hacia la salida. El algoritmo de aprendizaje retropropaga el error hacia atrás pasando por las conexiones correspondientes, por tanto, para los pesos de la capa de salida la retroporapacaión es casi inmediata, pero a medida que se insertan capas ocultas, ese error debe ir multiplicado por los pesos por lo que pasa y por la derivada de las neuronas ocultas por las que pasa, como se muestra en la figura, obteniéndose por tanto, ecuaciones diferentes



3. (0,5 puntos) Describa las diferencias de los Autómatas Probabilísticos con los Autómatas Finitos Deterministas y no Deterministas.

AFD: se transita de un estado a otro al recibir un símbolo.

AFND: cuando se recibe un símbolo la transición puede efectuarse a estados diferentes

AP: la transición de un estado a otro la dicta una probabilidad. Siempre se hablará de la probabilidad de transitar de un estado a otro cuando se recibe un símbolo

4. (0,5 puntos)¿En qué situaciones tiene sentido utilizar un Autómata Probabilístico?

Cuando al definir el problema, la transición de un estado a otro, no es segura, si no que se puede transitar a varios estados diferentes dependiendo de la situación de partida y del símbolo recibido. Debe ocurrir además que el tránsito a varios estados ocurra con una probabilidad, tal que la suma de esas probabilidades sea 1.

5. (0,5 puntos) Sea M = ({a,b}; $\{q_0,q_1\}$; M; P(0); F = $\{q_1\}$) un autómata probabilístico tal que para toda palabra x que pertenece a (ab)* se verifica que P(x) = P(0) siendo P(0) el vector inicial y P(x) el vector de estados para x. ¿Qué relación existe entre las matrices de transición incluidas en M?.

M(b) debe ser la inversa de M(a)

Pregunta 4 (2 puntos)

a) Dado el autómata celular unidimensional de regla 50, construir el autómata finito asociado.

b) ¿El autómata finito resultante es no determinista? En caso afirmativo construir el autómata finito determinista equivalente.

c) Construir el circuito de células de Mc_Culloch-Pitts, con umbral normal, que implemente la regla 50.

Sol :

a) (0,75 puntos)	111	110	101	100	011	010	001	000
	0	0	1	1	0	0	1	0

La tabla de transición del autómata finito asociado sería:

0 1

00 = q0	q0	q1
01 = q1	q3q2	
10 = q2		q1q0
11 = q3	q3q2	

b) (0,5 puntos) Obtenemos un autómata finito no determinista. El autómata finito determinista equivalente sería:

q0,q1,q2,q3 $\rightarrow$ 0 q0,q2,q3
q0,q2,q3 $\rightarrow$ 0 q0,q2,q3
q0,q1 $\rightarrow$ 0 q0,q2,q3
q1 $\rightarrow$ 0 q2,q3
q2,q3 $\rightarrow$ 0 q2,q3

q0,q1,q2,q3 $\rightarrow$ 1 q0,q1
q0,q2,q3 $\rightarrow$ 1 q0,q1
q0,q1 $\rightarrow$ 1 q1

p0 = (q0,q1,q2,q3)
p1 = (q0,q2,q3)
p2 = (q0,q1)
p3 = (q1)
p4 = (q2,q3)

	0	1
p0	p1	p2
p1	p1	p2
p2	p1	p3
p3	p4	
p4	p4	

d) (0,75 puntos)	**111**	**110**	**101**	**100**	**011**	**010**	**001**	**000**
	0	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**