

Tema 4:

Células de McCulloch-Pitts

Células de McCulloch-Pitts. Características

1. Dos estados

- Activado, excitado, activo (se representa por 1)
- Desactivado, inhibido, pasivo (se representa por 0)

2. Una o varias entradas

- Excitadoras (se representan por \rightarrow)
 - Inhibidoras (se representan por $\rightarrow \circ$)
- Por cualquiera de ellas pueden circular dos tipos de señales que se representan por 0 ó 1

3. Una salida

- Activa (1) si la célula se encuentra en estado *Activado*
- Inactiva (0) si la célula se encuentra en estado *Desactivado*

- Puede realimentarse como entrada a ella misma
- Puede ser entrada a otra célula \Rightarrow CIRCUITO de CÉLULAS de McCulloch-Pitts

Células de McCulloch-Pitts. Características

4. El estado en t+1 depende sólo de la entrada en t, pero no del estado en t

$$\text{Estados (t+1)} = f(\text{entrada (t)})$$

Siendo $e(t)$, $r(t)$, $q(t)$ la entrada, la salida y el estado en el tiempo t

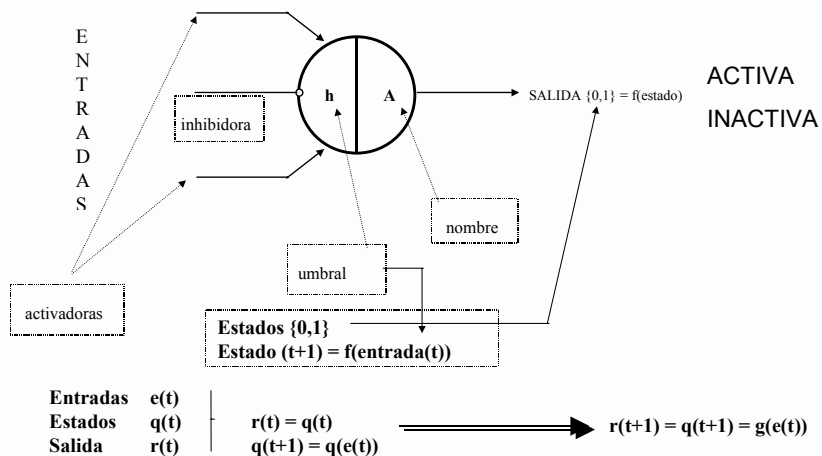
$$r(t) = q(t)$$

$$\boxed{} \quad q(t+1) = f(e(t))$$

$$\text{Por tanto: } r(t+1) = q(t+1) = f(e(t))$$

5. Umbral: Cada célula tiene asociado un umbral h (número entero)

Células de McCulloch-Pitts. Definición



Células de McCulloch-Pitts. Activación, f. (I)

Dependiendo de la función f, se tienen distintos tipos de células

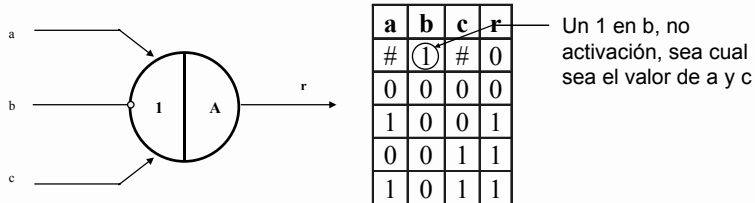
- **NORMAL**

La salida es 1 en $t+1$, si su entrada en t cumple lo siguiente.

- Número de señales 1 que circulan por entradas activadoras es mayor o igual que h

$$\sum_{i=1}^n (\text{entradas activadoras}) \geq h, \text{ normalmente } > 0$$

- Ninguna entrada inhibidora conduce un 1 (Si inhibidora = 1, entonces 0)



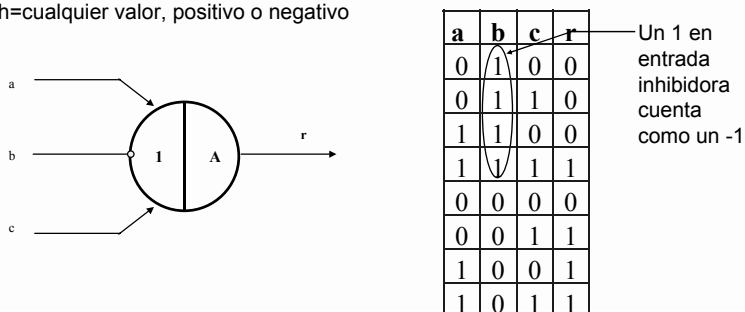
Células de McCulloch-Pitts. Activación, f. (II)

- **UMBRAL DIFERENCIAL**

La salida es 1 en $t+1$, si su entrada en t cumple lo siguiente:

- Número de señales 1 que entran por activadores - Número de señales 1 que entran por inhibidoras es mayor o igual que h

$$\Sigma (\text{entradas activadoras}) - \Sigma (\text{entradas inhibidoras}) \geq h, \\ h = \text{cualquier valor, positivo o negativo}$$



Células de McCulloch-Pitts. Realimentación (I)

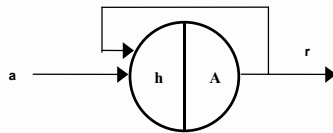
La señal de salida de una célula se introduce en uno de los canales de entrada de la misma célula



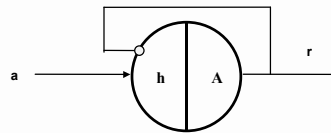
la entrada realimentada puede ser de dos tipos:

- Activadora
- Inhibidora

Ejemplo de Realimentación ACTIVADORA

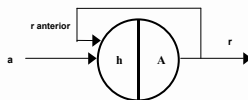


Ejemplo de Realimentación INHIBIDORA



Células de McCulloch-Pitts. Realimentación (II) Umbral normal. Cálculo de f.

Realimentación ACTIVADORA

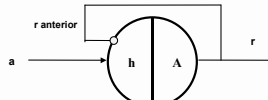


a	r _{anterior}	r
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

	t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5
a	0	0	1	1	1	
r _{ant}	'0'	0	0	0	1	1
r	'0'	0	0	1	1	1

a=00111

Realimentación INHIBIDORA



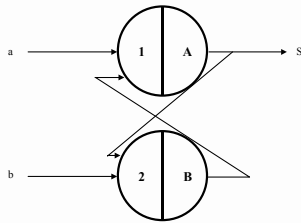
a	r _{anterior}	r
0	0	0
1	0	1
1	1	0
0	1	0

	t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5
a	0	0	1	1	1	
r _{ant}	'0'	0	0	0	1	
r	'0'	0	0	1	0	1

a=00111

Circuito o Automata de Células de McCulloch-Pitts. Ejemplo

Sea el siguiente circuito. Cada célula con función normal.



La tabla de transiciones es:

a(t)	b(t)	r1(t)	r2(t)	r1(t+1)=s	r2(t+1)
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1

Equivalencia Circuitos McCulloch-Pitts y AF's (I)

Para cada circuito de McCulloch-Pitts existe un AF equivalente y viceversa.

Dado un circuito de McCulloch-Pitts, el AFD viene dado por (Σ, Q, q_0, F, f) siendo:

Σ = Combinaciones posibles de los valores de las entradas del circuito.

Un circuito con dos entradas, $\Sigma = 00, 01, 10, 11$

Q = Combinaciones posibles de los valores de la salida de las células.

Un circuito con dos células, $\{q_00, q_01, q_10, q_11\}$

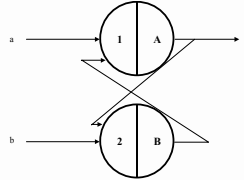
q_0 = Estado con todas las células del circuito inactivas.

F = Aquellos estados que representen salida activa del circuito.

f = Se calcula a partir de la tabla de transición del circuito: dado un estado y un símbolo de entrada, observar qué salida genera cada célula.

Equivalencia Circuitos McCulloch-Pitts y AF's (II)

Ejemplo. Sea el siguiente circuito:



Se suelen distinguir dos casos:

- Activación Única: Una única entrada activa (conduce señal 1)
- Activación Simultánea: Varias entradas activas al mismo tiempo o ninguna

Activación Única: $AFD = (\Sigma, Q, q_0, F, f)$

$\Sigma = \{10, 01\}$ (solo una entrada activa cada vez)

$Q = \{q_{00}, q_{01}, q_{10}, q_{11}\}$ (activación de las células)

$q_0 = q_{00}$ (estado con todas las células inactivas)

$F = \{q_{10}, q_{11}\}$ (conjunto de estados que producen salida activa, los que tienen la célula A activa)

Equivalencia McCulloch-Pitts y AF's (III)

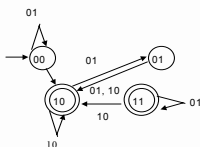
Ejemplo (continuación)

f:

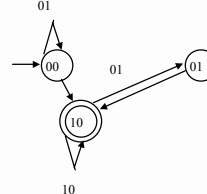
f	10	01
q_{00}	10/1	00/0
q_{01}	10/1	10/1
* q_{10}	10/1	01/0
* q_{11}	10/1	11/1

a(t)	b(t)	r1(t)	r2(t)	r1(t+1)=s	r2(t+1)
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1

Tabla de transición del circuito



el estado 11 es inaccesible, se puede eliminar



Equivalencia Circuitos McCulloch-Pitts y AF's (IV)

Ejemplo (continuación)

Activación Simultánea: (Σ, Q, q_0, F, f)

$\Sigma = \{10, 01, 10, 11\}$ $Q = \{q_{00}, q_{01}, q_{10}, q_{11}\}$ $q_0 = q_{00}$ $F = \{q_{10}, q_{11}\}$

$f =$

f	00	01	10	11
q_{00}	00/0	00/0	10/1	10/1
q_{01}	10/1	10/1	10/1	10/1
$*q_{10}$	00/0	01/0	10/1	11/1
$*q_{11}$	10/1	11/1	10/1	11/1

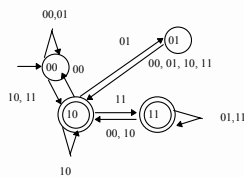


Tabla de transición del circuito

a(t)	b(t)	r1(t)	r2(t)	r1(t+1)=s	r2(t+1)
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1

Equivalencia AF's y Circuitos McCulloch-Pitts

Dado un AFD, (Σ, Q, q_0, F, f) , se puede construir un circuito de McCulloch-Pitts equivalente (reconoce el mismo lenguaje), mediante el algoritmo:

- $\forall q \in Q$ del AFD y $\forall a \in \Sigma \Rightarrow$ célula etiquetada con qa , $h = 2$ y una entrada activadora externa al circuito, a .
- $\forall p, a \Rightarrow f(p, a) = q$ se añade una rama excitadora desde la célula p_a a cada una de las células que contengan q .
- Se introduce una célula etiquetada con α con $h = 1$ y que recibe una única entrada del exterior, correspondiente al símbolo inicial de la cadena, $|$.
- Se añade una rama excitadora desde la salida de la célula α a cada una de las células cuya etiqueta contenga q_0 .
- Se introduce una célula con etiqueta F , con $h = 2$ y que recibe una única entrada externa, correspondiente al símbolo final de cadena, $|$.
- Se añade una rama excitadora hacia la célula F desde cada una de las células del circuito que envíe al menos una rama excitadora hacia cualquier célula cuya etiqueta contenga uno de los estados finales $q \in F$.

Equivalencia AF's y Circuitos McCulloch-Pitts

Dado el siguiente AFD construir un circuito de McCulloch-Pitts equivalente.

f	a	b
→p	q	r
q	s	p
r	q	s
*s	p	s