
UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
Ingeniería Informática, 4º Curso
Examen de Informática Teórica
Febrero de 2003

Duración: 3,5 horas

EJERCICIO 1 (3 puntos)

Dada una Máquina de Turing genérica con cinta infinita, determine las modificaciones que deberíamos realizar para construir una máquina de Turing equivalente con cinta limitada por la derecha.

EJERCICIO 2 (3 puntos)

La empresa "JUEGA-TU" está diseñando un nuevo juego de ordenador. Este juego consta de tres niveles, N1, N2 y N3 que deben realizarse sucesivamente siguiendo la secuencia "N1 → N2 → N3". Se considera que un jugador ha completado el juego cuando realiza los tres niveles de forma satisfactoria. Cuando, dada la dificultad de los distintos niveles, un jugador abandona el juego sin haberlo completado, se considera que ha perdido. Cuando en el resultado de un nivel no se consiguen ciertos créditos, éste debe repetirse; pero, en el caso de los niveles N2 y N3, si el resultado es muy insatisfactorio, el jugador debe retroceder al nivel anterior. Antes de lanzar el juego al mercado deciden realizar un estudio sobre la dificultad del mismo. Se ha distribuido una versión beta a dos poblaciones con distintas edades P1 (de 10 a 40 años) y P2 (más de 40 años).

En la población P1 se ha constatado que:

- ✓ El 10% abandona el juego en el nivel N1, el 20% en el nivel N2 y el 20% en el nivel N3.
- ✓ El 20% debe repetir el nivel N1.
- ✓ En el nivel N2, el 30% debe repetir el nivel y el 10% retrocede al nivel anterior.
- ✓ En el nivel N3, el 40% debe repetir el nivel y el 20% retrocede al nivel anterior.

En la población P2 se ha constatado que:

- ✓ El 30% abandona el juego en el nivel N1, el 20% en el nivel N2 y el 20% en el nivel N3.
- ✓ El 30% debe repetir el nivel N1.
- ✓ En el nivel N2, el 40% debe repetir el nivel y el 20% retrocede al nivel anterior.
- ✓ En el nivel N3, el 40% debe repetir el nivel y el 30% retrocede al nivel anterior.

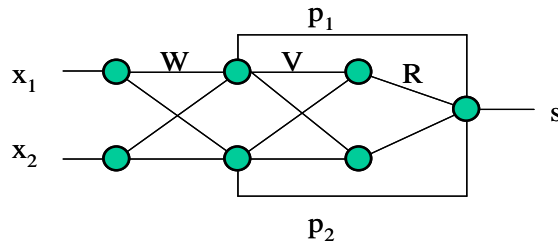
Se pide:

- a) Describir el Autómata Finito Probabilístico asociado a este problema.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que los jugadores completen el juego en el menor número de niveles posibles para la población P1?
- c) ¿Cuál es la probabilidad, para la población P2, de terminar el juego sin repetir ni retroceder ningún nivel?
- d) ¿Cuál es la probabilidad, para la población P2, de terminar el juego habiendo repetido exclusivamente un nivel?
- e) Para la población mayor de 40 años P2, se decide realizar una versión Web que funcione con apuestas. Cada partida tiene un coste de 10 euros. Si logra terminar el juego en tres niveles sin repetir ninguno gana 15 euros, si lo termina en cuatro niveles (es decir, repitiendo exclusivamente un único nivel) gana 10 euros y si lo hace en más de cuatro niveles pierde todo el dinero. ¿Cuál es la ganancia esperada para la empresa por cada apostante?

Nota: La ganancia se entiende como el coste de la partida menos lo que se debe devolver al jugador en caso éxito.

EJERCICIO 3 (3 puntos)

Dada la siguiente arquitectura de red:



con $W=(w_{ij})$ la matriz de pesos de la capa de entrada a la primera capa oculta, $V=(v_{ij})$ la matriz de pesos de la primera a la segunda capa oculta y $R=(r_i)$ el vector de pesos de la segunda capa oculta a la capa de salida. Los umbrales de todas las neuronas de la red serán 0 y la función de activación es la función sigmoial entre 0 y 1.

- Obtenga la ecuación explícita de la salida de la red en función de las entradas.
- Obtenga razonadamente la ley de aprendizaje para los pesos p_1 y p_2 de la red para minimizar el error cuadrático medio en la salida:

$$e = 1/2 \cdot (y - s)^2 \text{ donde } y \text{ es la salida deseada para la red.}$$

- ¿La ley de aprendizaje obtenida en el apartado anterior es válida para los pesos $R=(r_i)$? Razone su respuesta.
- Si se deseara aproximar la función $\ln(s)$, ¿sería válida la ley de aprendizaje obtenida en el apartado b)? Razone su respuesta.

EJERCICIO 4 (1 punto)

Dado el autómata celular de regla 51, ¿es posible construir una máquina de Turing que simule el comportamiento de dicha regla?. En caso afirmativo, ¿cuántos estados serían necesarios?.

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
Ingeniería Informática, 4º Curso
Examen de Informática Teórica
Febrero de 2003

1. Indica las afirmaciones correctas. Una Máquina de Turing.
 - a. Dispone de un número finito de símbolos de entrada.
 - b. No se puede limitar su cinta de entrada ya que es infinita.
 - c. Posee siempre un o varios símbolos auxiliares que se utilizan para su la codificación de la tabla de transición entre estados.
 - d. Puede llegar a tener un conjunto infinito de estados.

2. En la construcción de la MT con limitación por la derecha:

∞ MT ∞

-3	-2	-1	1	2	3
----	----	----	---	---	---

∞ MT

3	-2	2	-1	1	*
---	----	---	----	---	---

Dada una transacción genérica $f(p,0) = (q,1,D)$ y suponiendo que nos encontramos en casillas con numeración positiva tendríamos que realizar las siguientes transacciones:

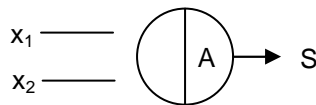
- a. $f(p',0)=(p',1,D)$
 $f(p',?)=(q,?,D)$.
 - b. $f(p,0)=(p,0,D)$
 $f(p',?)=(q,?,D)$.
 - c. $f(p,0)=(p,1,I)$
 $f(p,?)=(q,?,I)$.
 - d. $f(p,0)=(p,1,D)$
 $f(p,?)=(q,?,D)$.
-
3. ¿Con qué configuración de cinta se detendrá la máquina de Turing mostrada a continuación si comienza con la cinta configurada como $x^p p x x A A A \dots$?. Siendo $F=\{r\}$

	x	A
p	qx D	r A D
q	px D	p A D
r	-	-

- a. $x x x A^p A A$.
- b. $x x x A^r A A$.
- c. $x x x A A^r A$
- d. Ninguna de las anteriores.

4. *Indica las afirmaciones correctas. El perceptron simple:*
- Divide linealmente el espacio de entrada en dos o más regiones dependiendo del problema.
 - Posee una regla de aprendizaje que depende de la magnitud del error cometido durante el aprendizaje.
 - Posee un método de aprendizaje no supervisado.
 - Su convergencia depende de la inicialización de los valores iniciales de sus parámetros.

5. *Completa el tipo de entradas y el valor de umbral del siguiente circuito de células de McCulloch-Pitts con umbral normal para que implemente la función lógica NOR.*



6. *Indica las afirmaciones correctas. En el proceso de aprendizaje de una red de neuronas el algoritmo de retropropagación del gradiente:*
- Pretende ajustar los parámetros de una red de neuronas artificiales con el fin de memorizar los estímulos con los que se enseña. Cuanto más veces iteramos el algoritmo de aprendizaje, será mejor ya que memorizará mejor la asociación entre los estímulos de entrada y la salida deseada.
 - Cuanto más complejo sea el problema a modelar, más grande deberá ser la red (con más parámetros a ajustar) y, por lo tanto, más ejemplos se necesitarán para entrenarla. Además, estos ejemplos deberían cubrir todo el espacio de entrada.
 - Solamente resuelve problemas de clasificación donde las clases no se encuentran linealmente separadas en el espacio de entrada.
 - El valor para los pesos iniciales de la red se deben asignar de forma aleatoria (normalmente números pequeños, positivos y negativos), ya que si se parte de pesos y umbrales iniciales nulos el aprendizaje no progresará.
7. *Un autómata probabilístico se caracteriza porque:*
- La transición de un estado q a un estado p depende únicamente del símbolo recibido.
 - La transición de un estado q a un estado p depende únicamente de cierta probabilidad de transición asociado al estado p .
 - Incluyen matrices de probabilidad de transición para cada símbolo del autómata.
 - Ninguna de las anteriores.

8. Dado el autómata celular unidimensional con la siguiente regla:

$$x_i(t) = ((x_{i-1}(t-1) \text{OR} x_i(t-1)) \text{AND} x_{i+1}(t-1))$$

y dada la configuración inicial ...01110..., indique cual es la configuración en el siguiente instante de tiempo:

- a. ...011110...
 - b. ...0110..
 - c. ...010...
 - d. ...01010...
9. Dado un autómata probabilístico con estados p y q (siendo p el estado inicial), símbolos 0 y 1, $M(0)$ y $M(1)$ las matrices de probabilidad, y dada la palabra $x=1100$, cómo se calcula la probabilidad de que al recibir el autómata la palabra x acabe en el estado p o q ?. Indique la respuesta correcta:
- a. $(1\ 0) \times M(1) \times M(1) \times M(0) \times M(0)$
 - b. $(1\ 0) \times M(1) \times M(0)$
 - c. $(0\ 1) \times M(1) \times M(1) \times M(0) \times M(0)$
 - d. Ninguna de las anteriores
10. Cuando se utiliza el perceptron multicapa para resolver un problema, es necesario:
- a. Definir el número de neuronas de la red en cada una de las capas y realizar el entrenamiento para que la red aproxime los datos disponibles.
 - b. Diseñar un algoritmo para la resolución del problema
 - c. Establecer el número de estados que definen el problema
 - d. Establecer únicamente el número de variables de entrada que definen el problema.

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
Ingeniería Informática, 4º Curso
Examen de Informática Teórica
Febrero de 2003

11. Indica las afirmaciones correctas. Una Máquina de Turing.

- a. **Dispone de un número finito de símbolos de entrada.**
- b. No se puede limitar su cinta de entrada ya que es infinita.
- c. Posee siempre un o varios símbolos auxiliares que se utilizan para su la codificación de la tabla de transición entre estados.
- d. Puede llegar a tener un conjunto infinito de estados.

12. En la construcción de la MT con limitación por la derecha:

∞ MT ∞

-3	-2	-1	1	2	3
----	----	----	---	---	---

∞ MT

3	-2	2	-1	1	*
---	----	---	----	---	---

Dada una transacción genérica $f(p,0) = (q,1,D)$ y suponiendo que nos encontramos en casillas con numeración positiva tendríamos que realizar las siguientes transacciones:

- a. $f(p',0)=(p',1,D)$
 $f(p',?)=(q,?,D)$.
- b. $f(p,0)=(p,0,D)$
 $f(p',?)=(q,?,D)$.
- c. **$f(p,0)=(p,1,I)$**
 $f(p,?)=(q,?,I)$.
- d. $f(p,0)=(p,1,D)$
 $f(p,?)=(q,?,D)$.

13. ¿Con qué configuración de cinta se detendrá la máquina de Turing mostrada a continuación si comienza con la cinta configurada como $x^p p x x A A A \dots$?. Siendo $F=\{r\}$

	x	A
p	qx D	r A D
q	px D	p A D
r	-	-

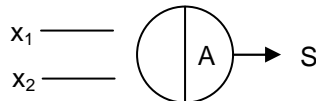
- a. $x x x A^p A A$.
- b. $x x x A^r A A$.
- c. **$x x x A A^r A$**
- d. Ninguna de las anteriores.

14. Indica las afirmaciones correctas. El perceptron simple:

- a. Divide linealmente el espacio de entrada en dos o más regiones dependiendo del problema.

- b. Posee una regla de aprendizaje que depende de la magnitud del error cometido durante el aprendizaje.
- c. Posee un método de aprendizaje no supervisado.
- d. **Su convergencia depende de la inicialización de los valores iniciales de sus parámetros.**

15. Completa el tipo de entradas y el valor de umbral del siguiente circuito de células de McCulloch-Pitts con umbral normal para que implemente la función lógica NOR.



16. Indica las afirmaciones correctas. En el proceso de aprendizaje de una red de neuronas el algoritmo de retropropagación del gradiente:

- a. Pretende ajustar los parámetros de una red de neuronas artificiales con el fin de memorizar los estímulos con los que se enseña. Cuanto más veces iteramos el algoritmo de aprendizaje, será mejor ya que memorizará mejor la asociación entre los estímulos de entrada y la salida deseada.
- b. **Cuanto más complejo sea el problema a modelar, más grande deberá ser la red (con más parámetros a ajustar) y, por lo tanto, más ejemplos se necesitarán para entrenarla. Además, estos ejemplos deberían cubrir todo el espacio de entrada.**
- c. Solamente resuelve problemas de clasificación donde las clases no se encuentran linealmente separadas en el espacio de entrada.
- d. **El valor para los pesos iniciales de la red se deben asignar de forma aleatoria (normalmente números pequeños, positivos y negativos), ya que si se parte de pesos y umbrales iniciales nulos el aprendizaje no progresará.**

17. Un autómata probabilístico se caracteriza porque:

- a. La transición de un estado q a un estado p depende únicamente del símbolo recibido.
- b. La transición de un estado q a un estado p depende únicamente de cierta probabilidad de transición asociado al estado p.
- c. **Incluyen matrices de probabilidad de transición para cada símbolo del autómata.**
- d. Ninguna de las anteriores.

18. Dado el autómata celular unidimensional con la siguiente regla:

$$x_i(t) = ((x_{i-1}(t-1) \text{ OR } x_i(t-1)) \text{ AND } x_{i+1}(t-1))$$

y dada la configuración inicial ...01110..., indique cual es la configuración en el siguiente instante de tiempo:

- a. ...011110...
- b. **...0110..**
- c. ...010...

d. ...01010...

19. Dado un autómata probabilístico con estados p y q (siendo p el estado inicial), símbolos 0 y 1 , $M(0)$ y $M(1)$ las matrices de probabilidad, y dada la palabra $x=1100$, cómo se calcula la probabilidad de que al recibir el autómata la palabra x acabe en el estado p o q ?. Indique la respuesta correcta:

- a. $(1\ 0) \times M(1) \times M(1) \times M(0) \times M(0)$
- b. $(1\ 0) \times M(1) \times M(0)$
- c. $(0\ 1) \times M(1) \times M(1) \times M(0) \times M(0)$
- d. Ninguna de las anteriores

20. Cuando se utiliza el perceptron multicapa para resolver un problema, es necesario:

- a. **Definir el número de neuronas de la red en cada una de las capas y realizar el entrenamiento para que la red aproxime los datos disponibles.**
- b. Diseñar un algoritmo para la resolución del problema
- c. Establecer el número de estados que definen el problema
- d. Establecer únicamente el número de variables de entrada que definen el problema.